

- 5 a を定数とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = x^4 - 4x^3 + ax - 10$ と定める。曲線 $y = f(x)$ の変曲点の x 座標は と である。ただし、 < である。また、 $f(x)$ が極大値をもつような a の値の範囲は < a < である。

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + a$$

$$f''(x) = 12x^2 - 24x$$

$$= 12x(x-2)$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, 2$$

$x = 0, 2$ の前後で $f''(x)$ の符号は変化するので

$y = f(x)$ の変曲点の x 座標は $x = 0, 2$ である。

$f(x)$ が極大値をもつ $\Leftrightarrow f'(x)$ の符号が正から負に変わる

$y = f'(x)$ のグラフは 3 次関数より

$f'(x)$ の符号が正から負に変わる条件は

x^3 の係数が正であれば x 軸と異なる 3 点で交わる。

つまり (極大値) $\times$ (極小値) < 0

よって求める条件は

$$f'(0) \times f'(2) < 0$$

$$a(32 - 48 + a) < 0$$

$$a(a - 16) < 0$$

$$0 < a < 16$$