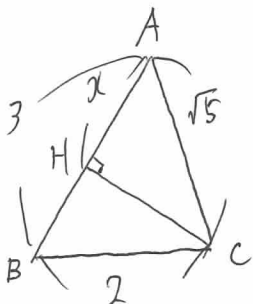


1 $AB=3$, $BC=2$, $CA=\sqrt{5}$ である $\triangle ABC$ において、頂点 C から辺 AB へ垂線 CH を下ろす。こ

のとき、 $AH = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ であり、 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B}$ の値は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \sqrt{\frac{\text{カ}}{\text{キ}}}$ である。



$$AH = x \text{ とおく}$$

$\triangle ACH$ において三平方の定理より

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2} \\ &= \sqrt{5 - x^2} \quad \text{--- ①} \end{aligned}$$

$\triangle BCH$ において三平方の定理より

$$\begin{aligned} CH &= \sqrt{2^2 - (3-x)^2} \\ &= \sqrt{-5 + 6x - x^2} \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

①、②より

$$\sqrt{5 - x^2} = \sqrt{-5 + 6x - x^2}$$

両辺2乗して

$$5 - x^2 = -5 + 6x - x^2$$

$$-6x = -10$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{よって } CH = \sqrt{5 - \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{CH}{AH}$$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\frac{5}{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan B = \frac{CH}{BH}$$

$$= \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} = \frac{5}{2\sqrt{5}} + \frac{4}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{9}{2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{9\sqrt{5}}{10}$$

答え