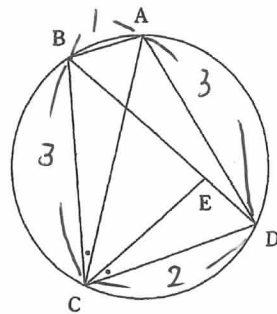


7 円に内接する四角形 ABCD の対角線 BD 上に、 $\angle ACB = \angle DCE$ となるように点 E をとる。四角形の 4 辺の長さがそれぞれ $AB = 1$,

$BC = 3$, $CD = 2$, $DA = 3$ のとき、 $\cos \angle ABC = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ で

あり、 $CE = \frac{\text{エ}}{\text{キク}} \sqrt{\frac{\text{オカ}}{\text{キク}}}$ である。



$AC = x$ とおく、 $\angle ABC = \theta$ とおくと $\angle ADC = 180^\circ - \theta$ (内接四角形の対角の和は 180°)
 $\triangle ABC$ で余弦定理を用いて

$$x^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 \times \cos \theta$$

$$x^2 = 10 - 6 \cos \theta \quad \text{--- ①}$$

$\triangle ADC$ で余弦定理を用いて

$$x^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 \times 3 \times \cos(180^\circ - \theta)$$

$$x^2 = 13 + 12 \cos \theta \quad \text{--- ②} \quad (\text{②} \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta)$$

① ② より $13 + 12 \cos \theta = 10 - 6 \cos \theta$

$$18 \cos \theta = -3$$

$$\cos \theta = -\frac{3}{18} = \frac{-1}{6}$$

これより ① より $x^2 = 10 + 1$

$$= 11$$

$x > 0$ より $x = AC = \sqrt{11}$

$\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ にあいて

仮定より $\angle ACB = \angle DCE$

円周角は等しいから

$$\angle BAC = \angle EDC$$

2角相等より

$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

→ 対応する辺の比は等しいから

$$BC : EC = CA : CD$$

$$3 : EC = \sqrt{11} : 2$$

$$\sqrt{11} CE = 6$$

$$CE = \frac{6}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{6\sqrt{11}}{11}$$

エオカキ