

4

a を正の整数とし、座標平面上の 2 つの曲線

$$C_1: y = \sqrt{x+a} \quad (x \geq 0), \quad C_2: y = \frac{8}{x+1} \quad (x \geq 0)$$

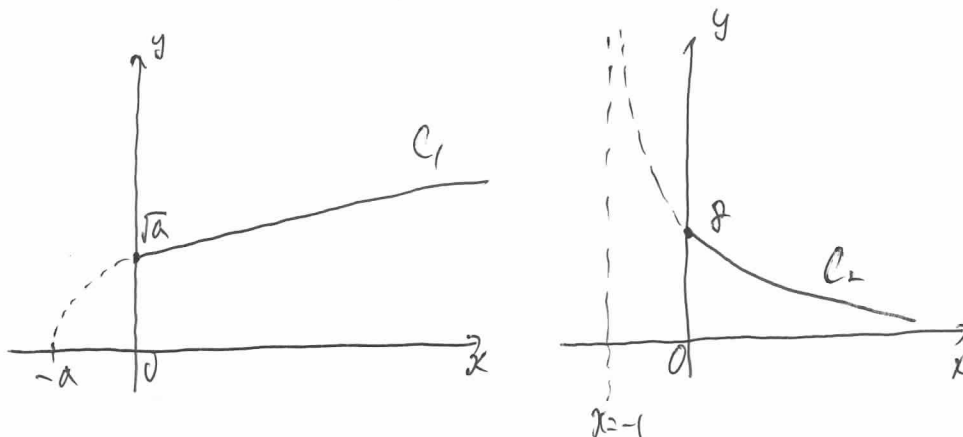
を考える。

(1) 2 つの曲線 C_1, C_2 が共有点をもつような a の範囲は

$$0 < a \leq \boxed{\text{アイ}}$$

である。

C_1, C_2 のグラフは次の通り



図より C_1 と C_2 が共有点をもつ条件は y 切片に注目して

$$\sqrt{a} \leq 8$$

$$\therefore 0 < a \leq 64$$

アイ

(2) $a = 1$ のとき, 2 つの曲線 C_1, C_2 の共有点を $P(p, q)$ とすれば

$$p = \boxed{\text{ウ}}, q = \boxed{\text{エ}}$$

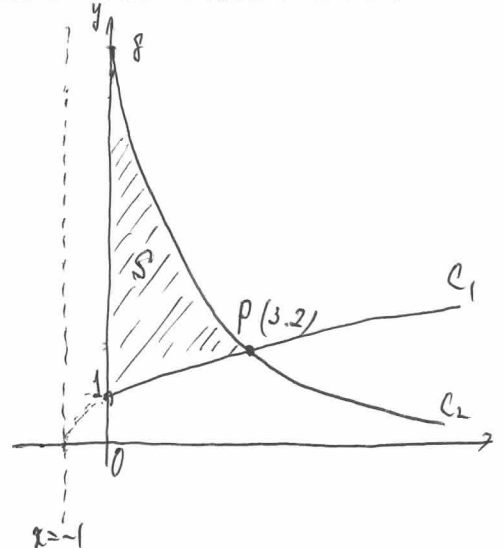
である。

(3) $a = 1$ のとき, 2 つの曲線 C_1, C_2 および y 軸で囲まれた図形の面積を S とすれば

$$S = \boxed{\text{オカ}} \log 2 - \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。ただし, 対数は自然対数とする。

$$a = 1 \quad q \text{ と } x \text{ が } C_1, C_2 \text{ の交点 } P \text{ の } x \text{ 座標}$$



$$(2) \begin{cases} y = \sqrt{x+1} \\ y = \frac{8}{x+1} \end{cases}$$

2曲線の交点

$$\sqrt{x+1} = \frac{8}{x+1}$$

$$(x+1)^{\frac{3}{2}} = 8$$

両辺2乗して

$$(x+1)^3 = 64$$

$$x+1 = 4$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore q \text{ と } y = 2$$

$$\therefore p = 3, q = 2$$

ウエ

(3) ②より

$$S = \int_0^3 \left(\frac{8}{x+1} - \sqrt{x+1} \right) dx$$

$$= \left[8 \log |x+1| - \frac{2}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} \right]_0^3$$

$$= 8 \log 4 - \frac{2}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} - \left(8 \log 1 - \frac{2}{3} \cdot 1^{\frac{3}{2}} \right)$$

$$= 16 \log 2 - \frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{2}{3}$$

$$= 16 \log 2 - \frac{14}{3}$$

オカキケ